

Introdução Sistemas Lineares

Laura Goulart

UESB

5 de Dezembro de 2018

Uma variedade de problemas de engenharia pode ser resolvido através da análise linear; entre eles podemos citar: determinação do potencial em redes elétricas, cálculo da tensão na estrutura metálica da construção civil, cálculo da razão de escoamento num sistema hidráulico com derivações, previsão da concentração de reagentes sujeitos à reações químicas simultâneas. O problema matemático em todos estes casos se reduz ao problema de resolver um sistema linear de equações.

Considere o seguinte sistema linear:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \end{array} \right. \quad (1)$$

onde $m =$ número de equações e $n =$ número de variáveis.

Podemos reescrever (1) na forma matricial dada por $AX = b$, onde $A = (a_{ij})_{m \times n}$ é a matriz dos coeficientes, $b = (b_i)_{m \times 1}$ é a matriz coluna dos termos independentes e $X = (x_i)$ é a matriz coluna das variáveis.

Podemos reescrever (1) na forma matricial dada por $AX = b$, onde $A = (a_{ij})_{m \times n}$ é a matriz dos coeficientes, $b = (b_i)_{m \times 1}$ é a matriz coluna dos termos independentes e $X = (x_i)$ é a matriz coluna das variáveis.

A matriz $C = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} & b_n \end{array} \right)$ é chamada de *matriz completa* do sistema.

Podemos reescrever (1) na forma matricial dada por $AX = b$, onde $A = (a_{ij})_{m \times n}$ é a matriz dos coeficientes, $b = (b_i)_{m \times 1}$ é a matriz coluna dos termos independentes e $X = (x_i)$ é a matriz coluna das variáveis.

A matriz $C = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} & b_n \end{array} \right)$ é chamada de *matriz*

completa do sistema.

Antes de desenvolvermos alguns métodos numéricos específicos, discutiremos o que queremos dizer com uma solução e as condições sob as quais a solução existe, pois não adianta tentar obter uma solução se não há nenhuma.

Classificação de um Sistema Linear

A classificação de um sistema linear é feita em função do número de soluções que este admite.

A classificação de um sistema linear é feita em função do número de soluções que este admite.

- *Sistema possível e determinado (SPD)*: possui uma única solução;

Classificação de um Sistema Linear

A classificação de um sistema linear é feita em função do número de soluções que este admite.

- *Sistema possível e determinado (SPD)*: possui uma única solução;
- *Sistema possível e indeterminado (SPI)*: possui infinitas soluções;

Classificação de um Sistema Linear

A classificação de um sistema linear é feita em função do número de soluções que este admite.

- *Sistema possível e determinado (SPD)*: possui uma única solução;
- *Sistema possível e indeterminado (SPI)*: possui infinitas soluções;
- *Sistema impossível (SI)*: não possui solução.

Classificação dos Métodos

Para resolver numericamente um sistema linear usaremos duas classes de métodos:

Classificação dos Métodos

Para resolver numericamente um sistema linear usaremos duas classes de métodos:

- **Métodos diretos:** Os métodos diretos são aqueles que após um número finito de operações fornecem a solução exata, a menos dos erros de arredondamentos. Este métodos são baseados no processo de escalonamento estudados em Álgebra Linear.

Classificação dos Métodos

Para resolver numericamente um sistema linear usaremos duas classes de métodos:

- **Métodos diretos:** Os métodos diretos são aqueles que após um número finito de operações fornecem a solução exata, a menos dos erros de arredondamentos. Este métodos são baseados no processo de escalonamento estudados em Álgebra Linear.
 - Eliminação de Gauss;

Classificação dos Métodos

Para resolver numericamente um sistema linear usaremos duas classes de métodos:

- **Métodos diretos:** Os métodos diretos são aqueles que após um número finito de operações fornecem a solução exata, a menos dos erros de arredondamentos. Este métodos são baseados no processo de escalonamento estudados em Álgebra Linear.
 - Eliminação de Gauss;
 - Pivoteamento;

Classificação dos Métodos

Para resolver numericamente um sistema linear usaremos duas classes de métodos:

- **Métodos diretos:** Os métodos diretos são aqueles que após um número finito de operações fornecem a solução exata, a menos dos erros de arredondamentos. Este métodos são baseados no processo de escalonamento estudados em Álgebra Linear.
 - Eliminação de Gauss;
 - Pivoteamento;
 - Decomposição LU.

Classificação dos Métodos

Para resolver numericamente um sistema linear usaremos duas classes de métodos:

- **Métodos diretos:** Os métodos diretos são aqueles que após um número finito de operações fornecem a solução exata, a menos dos erros de arredondamentos. Este métodos são baseados no processo de escalonamento estudados em Álgebra Linear.
 - Eliminação de Gauss;
 - Pivoteamento;
 - Decomposição LU.

Classificação dos Métodos

Para resolver numericamente um sistema linear usaremos duas classes de métodos:

- **Métodos diretos:** Os métodos diretos são aqueles que após um número finito de operações fornecem a solução exata, a menos dos erros de arredondamentos. Este métodos são baseados no processo de escalonamento estudados em Álgebra Linear.
 - Eliminação de Gauss;
 - Pivoteamento;
 - Decomposição LU.
- **Métodos Iterativos:** Os métodos iterativos conduzem à solução aproximada de um sistema de equações lineares a partir de uma estimativa . A cada iteração utiliza-se a aproximação anterior da solução para o cálculo de uma nova aproximação, a qual deve convergir para a solução do sistema.

Classificação dos Métodos

Para resolver numericamente um sistema linear usaremos duas classes de métodos:

- **Métodos diretos:** Os métodos diretos são aqueles que após um número finito de operações fornecem a solução exata, a menos dos erros de arredondamentos. Este métodos são baseados no processo de escalonamento estudados em Álgebra Linear.
 - Eliminação de Gauss;
 - Pivoteamento;
 - Decomposição LU.
- **Métodos Iterativos:** Os métodos iterativos conduzem à solução aproximada de um sistema de equações lineares a partir de uma estimativa . A cada iteração utiliza-se a aproximação anterior da solução para o cálculo de uma nova aproximação, a qual deve convergir para a solução do sistema.
 - Gauss-Jacobi;

Classificação dos Métodos

Para resolver numericamente um sistema linear usaremos duas classes de métodos:

- **Métodos diretos:** Os métodos diretos são aqueles que após um número finito de operações fornecem a solução exata, a menos dos erros de arredondamentos. Este métodos são baseados no processo de escalonamento estudados em Álgebra Linear.
 - Eliminação de Gauss;
 - Pivoteamento;
 - Decomposição LU.
- **Métodos Iterativos:** Os métodos iterativos conduzem à solução aproximada de um sistema de equações lineares a partir de uma estimativa . A cada iteração utiliza-se a aproximação anterior da solução para o cálculo de uma nova aproximação, a qual deve convergir para a solução do sistema.
 - Gauss-Jacobi;
 - Gauss-Seidel.